

# 基于基线长度加权的 GNSS 多天线姿态测量方法\*

韦永僧, 贺凯飞, 刘笃学, 杨金权

(中国石油大学(华东)海洋与空间信息学院 青岛 266580)

**摘要:** GNSS 可用于获取动态载体的姿态信息, 为提高其姿态测量精度, 提出一种基于基线长度信息对最小二乘姿态解算方法进行加权处理, 改进了最小二乘姿态解算方法, 同时通过船载实验验证了该方法的可用性。实验结果表明: 在船载动态实验中, 当基线长度存在明显差异时, 加权最小二乘法较等权最小二乘法在精度上明显提高, 其中横滚角的精度提高了 13%。

**关键词:** GNSS; 多天线; 姿态确定; 最小二乘法

**中图分类号:** P228

**文献标识码:** A

**文章编号:** CN11-1780(2022)03-0018-06

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20210915001

**引用格式:** 韦永僧, 贺凯飞, 刘笃学, 等. 基于基线长度加权的 GNSS 多天线姿态测量方法[J]. 遥测遥控, 2022, 43(3): 18-23.

## GNSS multi-antenna attitude measurement method based on baseline length weighting

WEI Yongseng, HE Kaifei, LIU Duxue, YANG Jinquan

(School of Ocean and Spatial Information, China University of Petroleum (East China), Qingdao, 266580, China)

**Abstract:** GNSS can be used to obtain the attitude information of dynamic carrier. In order to improve its attitude measurement accuracy, this study proposes a weighted least squares attitude solution method based on baseline length information, which improves the least squares attitude solution method. At the same time, the availability of this method is verified by shipboard experiment. The experimental results show that in the ship borne dynamic experiment, when there is an obvious difference in the baseline length, the accuracy of the weighted least square method is significantly higher than that of the equal weight least square method, and the accuracy of roll angle is increased by 13%.

**Key words:** GNSS; Multi-antennas; Attitude determination; Least square method

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20210915001

**Citation:** WEI Yongseng, HE Kaifei, LIU Duxue, et al. GNSS multi-antenna attitude measurement method based on baseline length weighting[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2022, 43(3): 18-23.

## 引 言

采用全球导航卫星系统 GNSS (Global Navigation Satellite System) 获取载体姿态信息的方法具有易于安装、操作简便、成本低廉、精度恒定等一系列优点, 已在远海科学研究、空中摄影测量、陆地导航定位及地震学研究等众多领域中广泛应用<sup>[1-4]</sup>。根据姿态测量原理的不同, GNSS 姿态测量方法可以分为单天线姿态测量和多天线姿态测量, 前者主要通过载体的速度及其加速度来获得载体姿态信息<sup>[5-9]</sup>, 后者主要通过解算基线矢量来获取载体姿态信息<sup>[10]</sup>。与 GNSS 单天线姿态测量方法相比, GNSS 多天线姿态测量方法可以提供稳定的输出结果, 不受测量载体的运动状态的制约, 并且可以灵活地应用于各种各样的测量载体上, 具有广泛的应用前景。GNSS 多天线姿态测量可以概括为: 求解同一基线在载体坐标系和当地水平坐标系间的旋转关系。要获得载体平台的三维姿态信息, 需要在载体上安置三根以上的 GNSS 天

\*基金项目: 国家自然科学基金资助 (42174021, 42074028); 国家重点研发计划 (2016YFB0501700, 2016YFB0501705); 山东省自然科学基金资助项目 (ZR2016DQ01, ZR2020MD042, ZR2019MD005)

收稿日期: 2021-09-15 收修改稿日期: 2021-12-05

线，并构成两条以上的非共线基线。

本文主要介绍了最小二乘姿态估计法的基本原理。由最小二乘法的原理可知，由于最小二乘姿态估计法未考虑基线间相对关系的问题，若基线长度差异显著而赋予相同的权值将会导致载体的姿态测量精度受到一定的影响<sup>[11]</sup>，因此提出了一种基于基线加权的 GNSS 多天线姿态测量方法。该方法考虑到基线长度及其权值与基线解算精度的关系，对长度不同的基线赋予不同的权值，再使用最小二乘迭代法进行姿态测量。同时，为验证该加权最小二乘法用于姿态测量在精度提高方面的可行性，通过船载实验数据进行了等权最小二乘法与加权最小二乘法的解算结果的对比。

## 1 最小二乘姿态估计法基本原理

与 GNSS 多天线姿态测量方法相比，GNSS 单天线姿态测量方法的基本原理简单，不需要对载波相位的整周模糊度进行解算<sup>[12-14]</sup>，同时对于载体平台的形状、大小的要求相对不高，不需要增加额外的天线即可完成载体的姿态测量，可进一步控制测量仪器成本。但该方法也存在一定的缺陷，由于只能用到两条基线信息，因此当基线数大于两条时，就无法利用冗余基线获得最优结果，从而影响姿态角的测量精度。因此针对此情况，通常采用 GNSS 多天线姿态测量方法进行载体姿态角信息的测量。

在 GNSS 多天线姿态测量中，最为常用的方法包括直接解算法与最小二乘法。其中，直接解算法可以在只知道两条基线在当地水平坐标系中向量信息的有限条件下，求解出测量载体的三维姿态信息。基线矢量在不同坐标系间的转换关系为：

$$\mathbf{B}^L = \mathbf{R}\mathbf{B}^B \quad (1)$$

式(1)中， $\mathbf{B}^L = [b_1^L \ b_2^L \ \dots \ b_m^L]$ ， $\mathbf{B}^B = [b_1^B \ b_2^B \ \dots \ b_m^B]$ ， $\mathbf{B}^L$ 与 $\mathbf{B}^B$ 分别表示主天线与从天线构成的基线矢量。其中， $m$ 为载体上的基线数量， $\mathbf{R}$ 表示转换系数。

由上可知，在直接解算法中，没有考虑基线在载体坐标系和当地水平坐标系中所包含的各类误差。但在实际应用中，由于人为原因和仪器原因等一系列因素的影响，基线在载体坐标系中的坐标矢量不能精确测出，因此认为事先测定的基线在载体坐标系中存在误差。同时，由 GNSS 多天线姿态测量方法所解算出的基线在当地水平坐标系中也存在误差，将两个误差带入式(1)中可以得到：

$$\mathbf{B}^L + \Delta\mathbf{B}^L = \mathbf{R}(\mathbf{B}^B + \Delta\mathbf{B}^B) \quad (2)$$

式(2)中， $\Delta\mathbf{B}^L = [\Delta b_1^L \ \Delta b_2^L \ \dots \ \Delta b_m^L]$ ， $\Delta\mathbf{B}^B = [\Delta b_1^B \ \Delta b_2^B \ \dots \ \Delta b_m^B]$ 。

对于式(2)，目前通常采用最小二乘估计算法来对其进行求解<sup>[3]</sup>。利用欧拉角来表示旋转矩阵，可以得到式(2)关于欧拉角的观测方程为：

$$\mathbf{B}^L + \Delta\mathbf{B}^L = \mathbf{R}(\mathbf{e})(\mathbf{B}^B + \Delta\mathbf{B}^B) \quad (3)$$

式(3)中， $\mathbf{R}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} \cos r \cos y - \sin r \sin p \sin y & \cos r \sin y - \sin r \sin p \cos y & -\sin r \cos p \\ -\cos p \sin y & \cos p \cos y & \sin p \\ \sin r \cos y - \sin r \cos p \cos y & \sin r \sin y - \cos r \sin p \cos y & \cos r \sin r \end{bmatrix}$ ， $\mathbf{e} = [y \ p \ r]^T$ ，

$y$ 为偏航角， $p$ 为滚动角， $r$ 为俯仰角。

可以看出，式(3)中的观测方程为非线性方程，因此，首先需要对该观测方程进行线性化处理。

式(4)给出了每条基线的非线性方程：

$$b_i^L + \Delta b_i^L = \mathbf{R}(\mathbf{e})(b_i^B + \Delta b_i^B) \quad (4)$$

对式(4)进行分解可以得到：

$$\mathbf{R}(\mathbf{e})b_i^B = b_i^L - [\mathbf{R}(\mathbf{e}) - \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \Delta b_i^B \\ \Delta b_i^L \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)中， $b_i^L$ 与 $b_i^B$ 分别表示基线观测矢量，将其协方差阵分别定义为 $\mathbf{Q}_{b_i^L}$ 与 $\mathbf{Q}_{b_i^B}$ ； $\mathbf{I}$ 为单位阵。

该模型为标准的隐式最小二乘校正模型, 假设姿态角初值为  $\mathbf{e}_0 = [y_0 \ p_0 \ r_0]$ , 将式 (5) 中的方程在初始值位置展开, 进行线性化可得:

$$\mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta p \\ \Delta r \end{bmatrix} = \mathbf{b}_i^L - \mathbf{R}_0 \mathbf{b}_i^B - [\mathbf{R}(\mathbf{e}) - \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{b}_i^B \\ \Delta \mathbf{b}_i^B \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{M}_i$  表示设计矩阵,  $[\Delta y \ \Delta p \ \Delta r]^T$  表示姿态角改正数。

假设各基线间没有相关性, 由式 (4) 可以得到误差欧拉角的最小二乘解为:

$$[\Delta y \ \Delta p \ \Delta r]^T = \left[ \sum_{i=1}^m \mathbf{M}_i^T \mathbf{Q}_i^{-1} \mathbf{M}_i \right]^{-1} \times \left[ \sum_{i=1}^m \mathbf{M}_i^T \mathbf{Q}_i^{-1} \mathbf{W}_i \right] \quad (7)$$

式 (7) 中,  $\mathbf{W}_i = \mathbf{b}_i^L - \mathbf{R}_0 \mathbf{b}_i^B$ ,  $\mathbf{Q}_i = \left( \mathbf{R}_0^T \mathbf{Q}_{b_i^B} \mathbf{R}_0 + \mathbf{Q}_{b_i^L} \right)^{-1}$ 。

采用最小二乘法进行姿态参数的解算, 其步骤简要概括如下:

- ① 设置三个欧拉姿态角的初值  $\mathbf{e}_0$  (可以通过直接解算法获得), 通过初值计算出初始旋转矩阵  $\mathbf{R}_0$ 、设计矩阵  $\mathbf{M}_i$  以及观测向量  $\mathbf{W}_i$  (其中  $i=1, 2, \dots, m$  表示基线数量);
- ② 根据式 (7) 计算出三个欧拉姿态角的改正数  $\Delta \mathbf{e} = [\Delta y \ \Delta p \ \Delta r]$ ;
- ③ 将步骤②计算得到的改正数与步骤①中的初始值相加对初值进行更新  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_0 + \Delta \hat{\mathbf{e}}$ , 并重复步骤①、步骤②, 直至  $\mathbf{e}_0$  收敛。

## 2 基线长度加权的最小二乘估计原理

最小二乘法虽然考虑了基线在载体坐标系和天线坐标系中的误差, 但是忽略了每条基线之间的相对关系, 即认为每条基线是相互独立的。此外, 由于在测量过程中采用的观测手段一致, 通常从计算过程简化的角度出发, 将各基线的权值视为相等的, 即赋予各条基线相同的权值后进行解算。在基线长度差距不明显的条件下, 由等权最小二乘法所解算的姿态角精度不会受到较大影响。然而在实际应用中, 利用 GNSS 多天线姿态测量方法进行姿态角的测量时, 基线的长度、载体平台的运动状态、各条基线之间构成的角度以及基线与载体坐标系各个轴向之间的夹角等一系列因素都会对姿态测量的精度产生影响<sup>[15-17]</sup>。目前的研究结果表明, 随着基线长度的增加, 基线的解算精度随之提高, 进而有利于提高姿态角的解算精度。

本文采用基线长度作为权值, 则式 (7) 可以表示为:

$$[\Delta y \ \Delta p \ \Delta r]^T = \left( \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \right)^{-1} \left( \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \right) \quad (8)$$

式 (8) 中,  $\mathbf{A} = [\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \dots \ \mathbf{M}_m]$ ,  $\mathbf{L} = [\mathbf{W}_1 \ \mathbf{W}_2 \ \dots \ \mathbf{W}_m]$ ,  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_m \end{bmatrix}$ ,  $w_i$  表示基线  $i$

对应的权值。假设基线长度为  $l_i$ , 其中  $i=1, 2, \dots, m$ , 则  $w_i = l_i / \sum_1^m l_i$ , 由此按照基线的长度比值对其分别定权, 基线长度越大, 基线的权值也越大。

## 3 实验设计及结果分析

为了验证基线加权的 GNSS 多天线姿态测量性能, 设计了船载动态实验, 实验数据采用实验船停靠在码头时 (5 min) 的数据, 总计 300 个历元。首先采用载波相位观测值获取载体平台上的天线相对位置矢量信息<sup>[18-20]</sup>, 再通过最小二乘姿态估计方法以及基于基线加权的最小二乘姿态估计方法, 分别解算载体平台的姿态信息。

船载姿态测量实验于2020年9月26日在威海市葡萄滩附近的海域展开,本次实验采用了4台GNSS接收机,接收机的采样率设置为1 Hz。其中两台接收机的型号为中海达 iRTK2 (分别设置为从天线2与从天线3),另外两台接收机型号分别为 Septentrio PolaRx5 (设置为主天线)和 Trimble NetR9 (设置为从天线1),天线的布设如图1所示。其中,主天线到从天线1的距离为2.46 m,主天线到从天线2的距离为0.89 m,主天线到从天线3的距离为2.59 m,使得各条基线的长度存在较大差异。此外,实验船只上配备了高精度惯性导航设备,安置在船头的位置,将其输出的姿态角结果作为参考真值,将等权最小二乘法与加权最小二乘法所解算出的姿态角信息与其进行对比分析,从而验证加权最小二乘法的姿态测量性能。

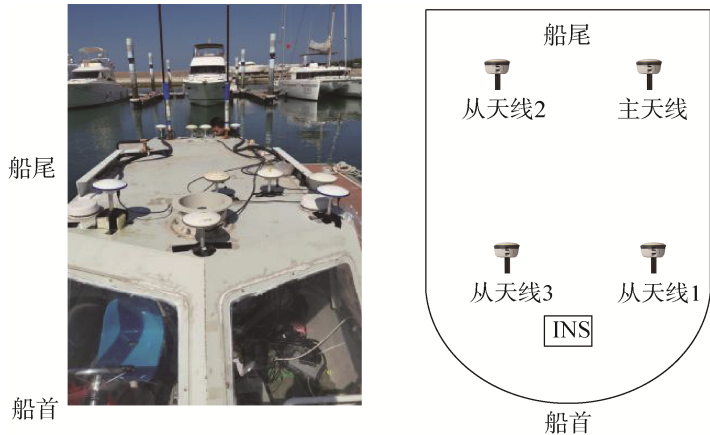


图1 船载GNSS天线及INS布设图

当实验船停靠在码头时,实验船的姿态角变化平缓,且不存在较大的波动,有利于后期的解算。将所获取的实验数据分别采用等权最小二乘法和加权最小二乘法进行姿态角解算,解算出的航向角、俯仰角、横滚角信息分别如图2、图3和图4所示。

Fig. 1 Layout diagram of shipboard GNSS antenna and INS

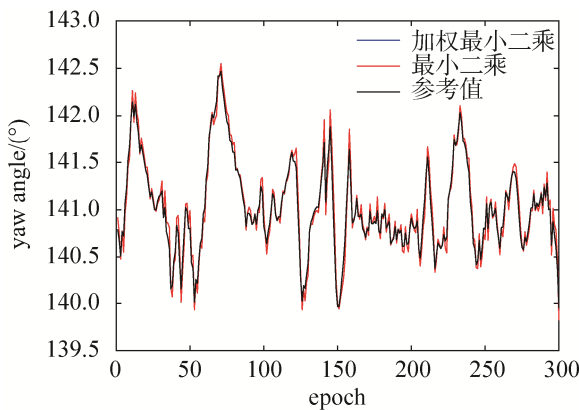


图2 航向角变化

Fig. 2 The estimate of yaw angle

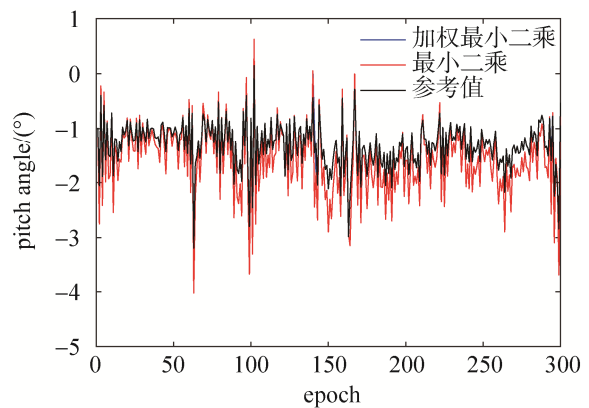


图3 俯仰角变化

Fig. 3 The estimate of pitch angle

图2~图4分别给出了采用等权最小二乘法与加权最小二乘法所解算的姿态角信息随时间的变化关系。将其与高精度惯导设备所输出的姿态角信息作为真值进行比较。实际上,由于实验船只的排水量较小,即使停靠在港口时也会受到海面起伏的影响,而且由于实验船只的后半部分较重,使得实验船只的俯仰角不为零。由图2可知,由高精度惯导设备所测得的航向角的变化范围为 $[140^{\circ}, 142.5^{\circ}]$ ,俯仰角的变化范围为 $[-3.2^{\circ}, 0.2^{\circ}]$ ,横滚角的变化范围为 $[-0.2^{\circ}, 1.5^{\circ}]$ 。由图2至图4可知,测量误差随着姿态角变化的增大而增大。将解算出的航向角、俯仰角以及横滚角信息与参考值相比较得到的残差分别如图5和图6所示。

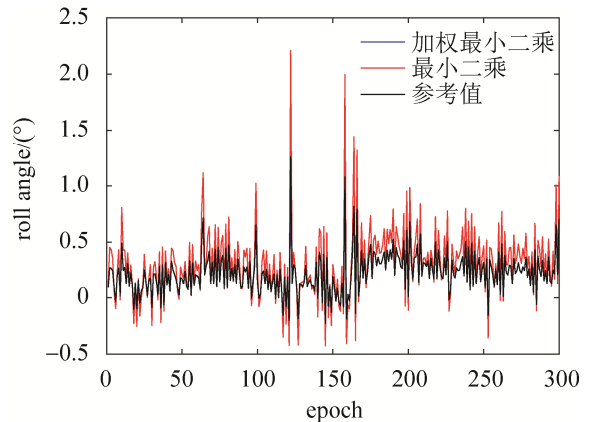


图4 横滚角变化

Fig. 4 The estimate of roll angle

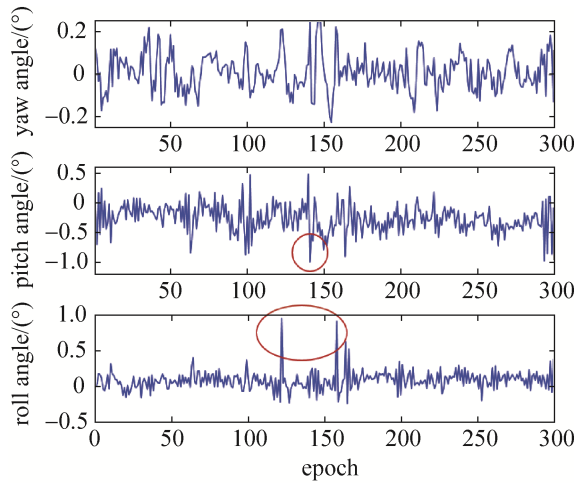


图 5 等权最小二乘法计算的航向角、俯仰角、横滚角误差

Fig. 5 Error of yaw, pitch and roll calculated by least squares estimation method

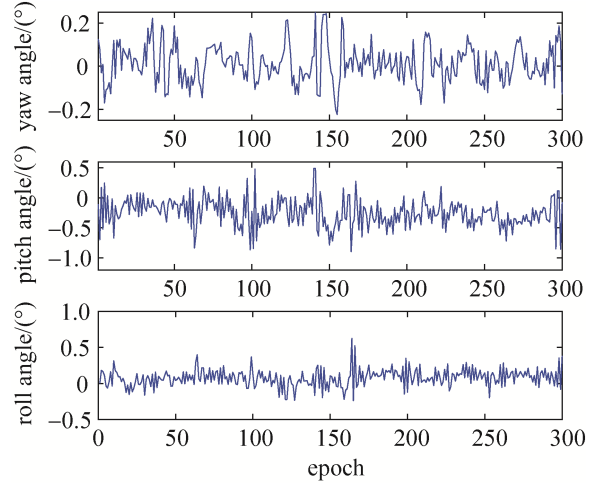


图 6 加权最小二乘估计法计算的航向角、俯仰角、横滚角误差

Fig. 6 Error of yaw, pitch and roll calculated by weighted least squares estimation method

由图 5 与图 6 可以看出, 与等权最小二乘法相比, 加权最小二乘法可以有效抑制俯仰角和横滚角中的部分误差 (图 5 中红色圆圈部分)。

为进一步验证新方法在姿态角测量方面的误差抑制作用, 对两种方法的解算姿态的精度进行分析对比, 统计结果见表 1。

表 1 不同解算方法计算姿态角的残差统计结果

Table 1 Statistic results of attitude angles calculated by different solutions

方法	等权最小二乘法			加权最小二乘法		
姿态角误差	航向角	俯仰角	横滚角	航向角	俯仰角	横滚角
最大值/(°)	0.280 2	0.490 7	0.953 7	0.248 1	0.491 5	0.625 9
最小值/(°)	-0.225 0	-0.988 7	-0.239 4	-0.223 2	-0.897 2	-0.238 3
平均值/(°)	0.010 6	-0.259 1	0.084 7	-0.010 9	-0.250 5	-0.078 0
标准差/(°)	0.087 5	0.239 3	0.138 7	0.087 1	0.236 4	0.120 6

由表 1 可知, 与高精度惯导设备所输出的航向角、俯仰角、横滚角信息相比, 采用等权最小二乘法的误差值标准差分别为 0.087 5°、0.239 3°和 0.138 7°; 而采用加权最小二乘法的误差标准差分别为 0.087 1°、0.236 4°和 0.120 6°。

以姿态角的误差标准差作为精度参考, 加权最小二乘法解算出的航向角和俯仰角精度与等权最小二乘法基本一致, 而横滚角的精度提高了 13%。由于实验中采用了三条不同长度的基线, 基于基线长度加权削弱了短基线高权值现象对解算结果的影响, 从而使得载体姿态角的解算精度有所提高。

### 4 结束语

与常规的 GNSS 多天线姿态测量方法相比, 基于基线长度加权的 GNSS 多天线姿态测量由于考虑到了基线权值的影响, 改善了因基线长度差异显著影响的基线解算精度的现象, 提升了载体姿态的测量精度。在车载动态实验中, 当基线长度的差异显著时, 采用加权最小二乘法所解算的载体航向角、俯仰角以及横滚角的精度有了一定的提高, 尤其以横滚角的精度提升最为明显。

### 参考文献

[1] LU G. Development of a GPS multi-antenna system for attitude determination[D]. Canada: University of Calgary, 1995.

- [2] XU Peiliang, SHU Yuanming, NIU Xiaoji, et al. High-rate multi-GNSS attitude determination: experiments, comparisons with inertial measurement units and applications of GNSS rotational seismology to the 2011 Tohoku Mw9.0 earthquake[J]. Measurement Science and Technology, 2019, 30(2): 024003.
- [3] 王冰. 基于 GNSS 的实时姿态确定算法研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013.
- [4] 杨志. 捷联惯导系统的系统级全参数标定方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [5] KORNFIELD R P, HANSMAN R J, DEYST J J, et al. Applications of global positioning system velocity-based attitude information[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(5): 998–1008.
- [6] NO H, CHO A, KEE C. Attitude estimation method for small UAV under accelerative environment[J]. GPS Solutions, 2015, 19(3): 343–355.
- [7] LAI Y C, JAN S S. Attitude estimation based on fusion of gyroscopes and single antenna GPS for small UAVs under the influence of vibration[J]. GPS solutions, 2011, 15(1): 67–77.
- [8] 翟海廷, 丛丽, 秦红磊, 等. 基于单天线的 MEMS-INS/GPS 组合定姿方法[J]. 计算机工程与设计, 2012, 33(10): 3999–4003.  
ZHAI Haiting, CONG Li, QIN Honglei, et al. Method for MEMS-INS/GPS integrated attitude determination based on single antenna[J]. Computer Engineering and Design, 2012, 33(10): 3999–4003.
- [9] SUN R, CHENG Q, WANG J. Precise vehicle dynamic heading and pitch angle estimation using time-differenced measurements from a single GNSS antenna[J]. GPS Solutions, 2020, 24(3): 1–9.
- [10] SHUSTER M D, OH S D. Three-axis attitude determination from vector observations[J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(1): 70–77.
- [11] BAR-ITZHACK I Y, HARMAN R R. Optimized TRIAD algorithm for attitude determination[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(1): 208–211.
- [12] GIORGI G, TEUNISSEN P J G. Carrier phase GNSS attitude determination with the multivariate constrained LAMBDA method[C]//2010 IEEE Aerospace Conference, 2010: 1–12.
- [13] TEUNISSEN P. A general multivariate formulation of the multi-antenna GNSS attitude determination problem[J]. Artificial Satellites, 2007, 42(2): 97–111.
- [14] 甘雨, 隋立芬, 戚国宾, 等. 陆地导航中 GNSS/陀螺仪组合实时测姿方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(3): 379–383.  
GAN Yu, SUI Lifan, QI Guobin, et al. A real-time attitude determination approach for land navigation based on GPS/gyroscope integration[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2015, 40(3): 379–383.
- [15] 鲁洋为, 王振杰, 聂志喜, 等. 不同天线组合对 GPS 姿态测量精度的影响分析[J]. 海洋测绘, 2014, 34(6): 43–45, 48.  
LU Yangwei, WANG Zhenjie, NIE Zhixi, et al. Effects of different antenna combinations on GPS attitude determination accuracy [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2014, 34(6): 43–45, 48.
- [16] 张鹏飞, 王发省, 辛明真, 等. 测船非匀速直线测量引起的多波束测深误差分析[J]. 海洋测绘, 2018, 38(3): 30–34.  
ZHANG Pengfei, WANG Faxing, XIN Mingzhen, et al. Error analysis of multi-beam sounding based on non-uniform straight line survey of the survey ship [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2018, 38(3): 30–34.
- [17] 张泽. 基于多矢量观测的姿态确定算法仿真与分析[D]. 太原: 中北大学, 2018.
- [18] 王潜心. 机载 GPS 动态定位定速与定姿理论研究及软件开发[D]. 长沙: 中南大学, 2011.
- [19] HE K. GNSS kinematic position and velocity determination for airborne gravimetry[D]. Potsdam: German Research Centre for Geosciences Potsdam, 2015.
- [20] 李乐乐, 贺凯飞, 王振杰, 等. GPS 实时单站测速和相对测速的误差比较与精度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(10): 1063–1069.  
LI Lele, HE Kaifei, WANG Zhenjie, et al. Error comparison and accuracy analysis between stand-alone and relative velocity determination using GPS[J]. Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(10): 1063–1069.

#### [作者简介]

韦永僧 1995 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为 GNSS 测速定姿。

贺凯飞 1982 年生, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为 GNSS 导航定位与测量数据处理。

刘笃学 1996 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为北斗卫星导航定位。

杨金权 1998 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为 INS 与 GNSS 组合定位。

(本文编辑: 杨秀丽)