

# 基于遗传算法和序列二次规划法的结构 稳健性优化设计方法

马志毅, 张 彬, 楚雪梅  
(北京遥测技术研究所 北京 100076)

**摘要:** 针对目前结构优化设计方法未考虑参数随机性的问题, 提出基于遗传算法和序列二次规划法的结构稳健性优化设计方法。将结构产品的质量特性作为优化目标, 性能函数的可靠度指标作为约束条件, 建立稳健性优化设计模型。利用序列二次规划法计算其性能函数的可靠度指标, 在此基础上, 利用遗传算法进行迭代计算, 得出最优设计结果。最后, 将某型导引头导轨齿轮设计作为工程案例, 验证了使用此结构稳健性优化设计方法能够降低产品重量, 提高结构稳健性。

**关键词:** 遗传算法; 序列二次规划; 可靠性稳健优化设计; 机械结构产品

中图分类号: TJ03 文献标识码: A 文章编号: CN11-1780(2022)01-0021-08

DOI: 10.12347/j.ycyk.20210815002

**引用格式:** 马志毅, 张彬, 楚雪梅. 基于遗传算法和序列二次规划法的结构稳健性优化设计方法[J]. 遥测遥控, 2022, 43(1): 21-28.

## The structural robustness optimization design method based on genetic algorithm and sequence secondary planning method

MA Zhiyi, ZHANG Bin, CHU Xuemei

(Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100076, China)

**Abstract:** In view of the problem that the current structural optimization design method does not consider parameter randomness, this paper proposes the structural robustness optimization design method based on genetic algorithm and sequence secondary planning method. The quality characteristics of structural products are used as the optimization target, and the reliability index of performance functions is used as a constraint to establish a robust optimization design model. The reliability index of its performance function is calculated by the sequence secondary planning method, on this basis, the genetic algorithm is used to make iterative calculation, and the optimal design results are obtained. Finally, a certain type of guide rail gear design as an engineering case is used. It is proved that this optimization design method is effective in reducing the weight of the product and improving the structural robustness.

**Key words:** Genetic algorithm; Sequence secondary planning; Reliable and optimized design; Mechanical structure products

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20210815002

**Citation:** MA Zhiyi, ZHANG Bin, CHU Xuemei. The structural robustness optimization design method based on genetic algorithm and sequence secondary planning method[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2022, 43(1): 21-28.

## 引 言

近年来, 对机械结构产品小型化、轻量化要求越来越高, 而可用于优化产品的强度、刚度以及稳定性的技术储备则越来越少。此外, 由于载荷状况、材料特性、环境特性等随机因素的影响, 使得计算分析结果具有较大的分散性。传统的优化设计策略无法用数学模型来体现这些不确定因素, 往往导致得出的设计结果与现实有较大的差距, 因此需要对结构类产品进行稳健性优化设计<sup>[1-3]</sup>, 以得到对这些随机因素敏感性最低的设计方案。

现代工程稳健性设计方法将优化设计和可靠性分析相结合<sup>[4-6]</sup>, 最终得到对随机因素最不敏感的设计

方案。针对机械结构产品的稳健性设计, 一些学者提出了很多方法。贺谦、李元生等<sup>[7]</sup>采用响应面法对极限状态函数进行拟合, 以及采用均值点的一次二阶矩法进行可靠性指标计算, 当极限状态函数非线性较强时, 该方法计算结果往往偏于保守, 难以获得最优的设计方案。黄章俊、王成恩<sup>[8]</sup>提出了基于双层更新 Kriging 模型的机械结构动态特性稳健优化设计方法; 李刚、孟增<sup>[9]</sup>提出基于 RBF 神经网络模型的结构可靠度优化方法。综上所述, 极限状态函数显式化和稳健性设计建模方法已经有了很多研究成果, 但如何在优化迭代过程中, 快速准确地计算可靠度指标, 成果较少。

针对上述问题, 本文提出基于遗传算法<sup>[10,11]</sup>和序列二次规划法<sup>[12]</sup>的结构稳健性优化设计方法。将结构产品的质量或费用作为优化目标, 性能函数的可靠度指标作为约束条件, 建立稳健性优化设计模型。利用序列二次规划法计算其性能函数的可靠度指标, 在此基础上, 利用遗传算法进行迭代计算, 得出最优设计结果。最后, 通过某型导引头导轨齿轮刚度特性的稳健性优化设计证明了该方法的工程实用性。

### 1 结构稳健性优化设计建模

传统的确定性优化设计结果往往在约束区域附近, 而载荷等一些随机因素的影响, 往往会使优化结果产生一些波动, 这样就有可能导致其超出约束区域。可靠性稳健优化设计是在满足可靠度要求的前提下, 不断改进设计, 以求达到既满足可靠性要求, 又能提高产品性能的目的, 其优化迭代过程如图 1 所示。

建立结构可靠性稳健优化设计的数学模型, 如式 (1) 所示:

$$\begin{aligned} \text{obj} \quad & \min f(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \\ \text{sub} \quad & P(g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) > 0) > \Phi(\beta_i) \\ & \mathbf{Z}_L \leq \mathbf{Z} \leq \mathbf{Z}_U \\ & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $f(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$  为目标函数,  $\mathbf{X}$  为随机变量集合,  $\mathbf{Z}$  为设计变量集合,  $g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z})=0$  为第  $i$  个极限状态函数,  $n$  为约束函数个数,  $\beta_i$  为其对应的可靠度指标,  $\mathbf{Z}_L$  和  $\mathbf{Z}_U$  分别为设计变量的上下限。

### 2 基于遗传算法和序列二次规划法的可靠性稳健设计

#### 2.1 基于序列二次规划法的可靠度计算

结构可靠度的计算关键在于可靠度指标  $\beta$  的求解, 可靠度指标  $\beta$  定义为在标准正态分布空间中从原点到失效面的最短距离, 即在极限状态函数  $g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z})=0$  上有某一点, 使得  $g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z})=0$  具有最大概率密度, 该点称为最大概率失效点 MPP (Most Probable Point), 如图 2 所示。

那么可靠度指标  $\beta$  的求解, 可以看作是一个优化迭代的过程, 其优化模型, 如式 (2) 所示。

$$\begin{cases} \beta_i = \min \sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{X}} \\ \text{sub} \quad g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X}$  为极限状态函数中的随机变量向量。在可靠性分析中设计变量  $\mathbf{Z}$  视为常数。

采用序列二次规划法 SQP (Sequential Quadratic Programming) 对可靠度指标  $\beta$  进行求解计算, SQP 是将目标函数以二阶泰勒级数展开, 并把约束条件线性化, 使原非线性问题转化为一个二次规划问题, 通过解二次规划得到下一个设计点。

对于如式 (2) 所示的优化模型, 可以得到如下拉格朗日函数:

$$L(\mathbf{X}, \lambda) = \sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{X}} + \lambda g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \quad (3)$$

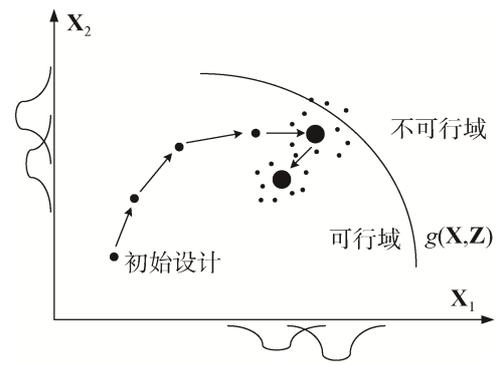


图 1 稳健性优化设计迭代过程  
Fig. 1 Robustness optimization design iteration process

可以得到二次规划的子问题：

$$\text{obj} \quad \min \quad M = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}_k \mathbf{d} + \frac{\mathbf{X}^T}{\sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}} \mathbf{d} \quad (4)$$

$$\text{sub} \quad \nabla g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z})^T \mathbf{d} + g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = 0$$

式中， $\mathbf{d}$  为全变量搜索方向， $\mathbf{H}_k$  为拉格朗日函数的 Hessian 近似矩阵， $M$  为原目标函数的二次函数的简化形式。新的设计点通过式 (5) 产生：

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (5)$$

式中， $\mathbf{d}_k$  为  $\mathbf{X}_k$  指向  $\mathbf{X}_{k+1}$  的方向向量， $\alpha_k$  为步长参数。

### 2.2 基于遗传算法和序列二次规划法的可靠性稳健设计流程

由于式 (2) 优化模型中  $P(g_i(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) > 0)$  准确的显式表达式是无法给出的，这样就没有导数、梯度的信息可以利用，因此无法采用传统的数值方法求解。这种情况下，采用全局探索法求解比较适合。遗传算法是模拟自然界物种进化过程而开发的一种全局探索优化算法。它通过反复恰当地使用算子和选择原则，从亲代到子代，从子代到孙代，不停繁衍，使种群适应环境的程度不断变高，最终找到种群中最优个体。遗传算法中用适应度来定义适应环境的程度，适应度一般是根据目标函数来确定，要使得优化是朝着适应度增大的方向进行，且保证适应度函数值非负。定义适应度函数如下所示：

$$h(f(\mathbf{X}, \mathbf{Z})) = \exp(-f(\mathbf{X}, \mathbf{Z})) \quad (6)$$

选择概率是个体能被选择进入下一代的概率，定义如式 (7) 所示

$$P_j = \frac{h_j}{\sum_{j=1}^m h_j} \quad (7)$$

式中， $h_j$  为第  $j$  个个体的适应度。

遗传算法使用染色体交叉完成生物繁衍这一概念，利用交叉规律控制交叉操作的频率，交叉概率越高，群体中新个体的引入越快，获得的优良基因丢失得也越快。因此，交叉概率取值不能太低或太高。这里取交叉概率  $P_c=0.6$ 。变异是保持种群多样性的有效手段，交叉操作后产生的个体基因按照变异概率进行随机改变，变异概率过高可能导致遗传搜索变成随机搜索，这里取变异概率  $P_f=0.005$ 。

本文将遗传算法和序列二次规划法应用到稳健性优化设计中，首先通过遗传算法产生设计变量种群，然后采用序列二次规划法对种群中的个体进行可靠性分析，基于遗传算法和序列二次规划法的可靠性稳健设计具体步骤如下：

- ① 初始化种群计算，计算每个个体的适应度值；
- ② 按选择概率选择将进入下一代的个体；
- ③ 按概率  $P_c$  进行交叉操作；
- ④ 按概率  $P_f$  进行变异操作；
- ⑤ 对个体采用序列二次规划法进行可靠度指标计算，若满足约束条件则进入步骤⑥，否则返回步骤②；
- ⑥ 满足适应度函数  $h_k - h_{k+1} < 10^{-5}$  或达到终止进化代数，进入步骤⑦，否则返回步骤②；
- ⑦ 输出种群中适应度最优的个体作为最优解。

## 3 在某型导引头支架应用

某型导引头天线座结构主要由天线、导轨齿轮和底座组成，如图 3 所示。其中，导轨齿轮呈圆弧形，

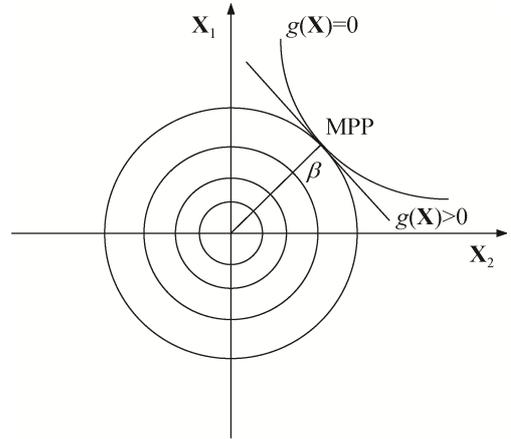


图 2 可靠度指标图

Fig. 2 Reliability indicator chart

其底部由 12 支轴承提供支撑和约束以实现天线的方位向转动,端部通过两对推力球轴承与天线相连以实现天线的俯仰向转动,这样导轨齿轮的刚度特性将对导引头的指向精度产生重要影响。此外,作为弹载设备,轻量化也是一项重要指标。因此,在保证导轨齿轮刚度的前提下,进行合理的轻量化设计是一个关键技术问题。

导轨齿轮的外形如图 4 所示,在其圆弧面上对称分布 6 个减重孔。从结构布局上分析,导轨齿轮的厚度以及减重孔的位置和尺寸会对其刚度特性产生重要影响。

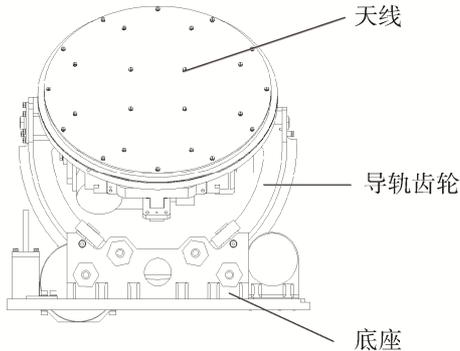


图 3 某导引头天线座

Fig. 3 A guide antenna holder

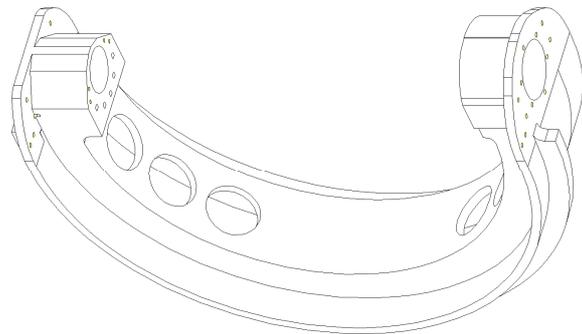


图 4 导轨齿轮

Fig. 4 The rail gear

### 3.1 导轨齿轮初始设计方案刚度特性及其稳健型分析

导轨齿轮材料为 1Cr17Ni2, 采用钝化表面处理。由于表面处理对其材料属性的影响无法确定,因此设定其材料属性为随机变量,包括弹性模量、泊松比和密度。弹上环境复杂,载荷条件同样无法明确给出,载荷条件也设定为随机变量。根据已有的经验数据,其弹性模量  $E$  服从正态分布  $N(2\,000\,000, 10\,000^2)$ , 单位 MPa; 密度  $\rho$  服从正态分布  $N(7\,900, 395^2)$ , 单位  $\text{kg}/\text{m}^3$ ; 泊松比  $\nu$  服从正态分布  $N(0, (6 \times 10^{-3})^2)$ ; 加速度载荷  $\alpha$  服从正态分布  $N(200, 10^2)$ , 单位  $\text{m}/\text{s}^2$ 。由于导轨齿轮的对称性,选取一半结构进行有限元建模,分析材料属性和载荷条件的波动对其刚度特性的影响。

通过有限元计算的导轨齿轮位移云图和应力云图分别如图 5 和图 6 所示,可以看出最大位移为 0.88 mm, 非常接近极限值 0.9 mm, 最大应力为 180 MPa, 距离极限值 300 MPa 较远。而此时导轨齿轮总重为 4 kg, 有限元模型质量为其一半等于 2 kg。

最大位移和最大应力的概率分布分别如图 7 和图 8 所示。可以得出最大位移满足小于 0.9 mm 的可靠度为 0.6, 处于  $0.2\sigma$  水平; 最大应力满足小于 200 MPa 的可靠度为 0.997, 处于  $3\sigma$  水平。表 1 列出了导轨齿轮初始设计的稳健性分析结果。对比分析得出,最大位移的变异系数最大,且大于材料属性和载荷的变异系数,稳健性较差,即对抗参数随机波动性的能力较差。

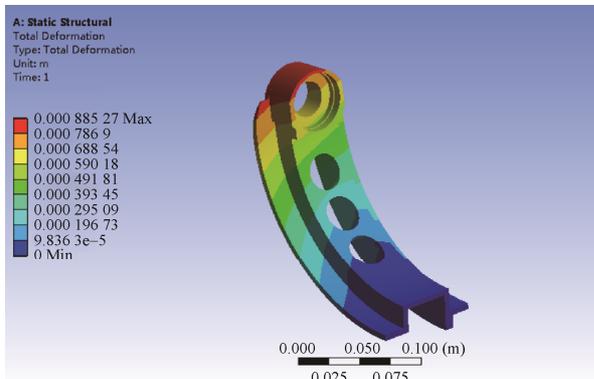


图 5 位移云图

Fig. 5 Displacement cloud map

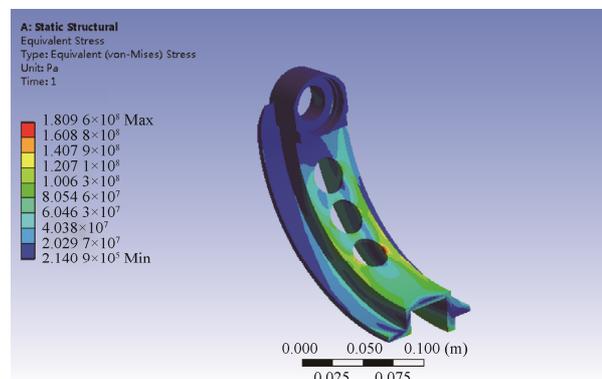


图 6 应力云图

Fig. 6 Stress cloud map

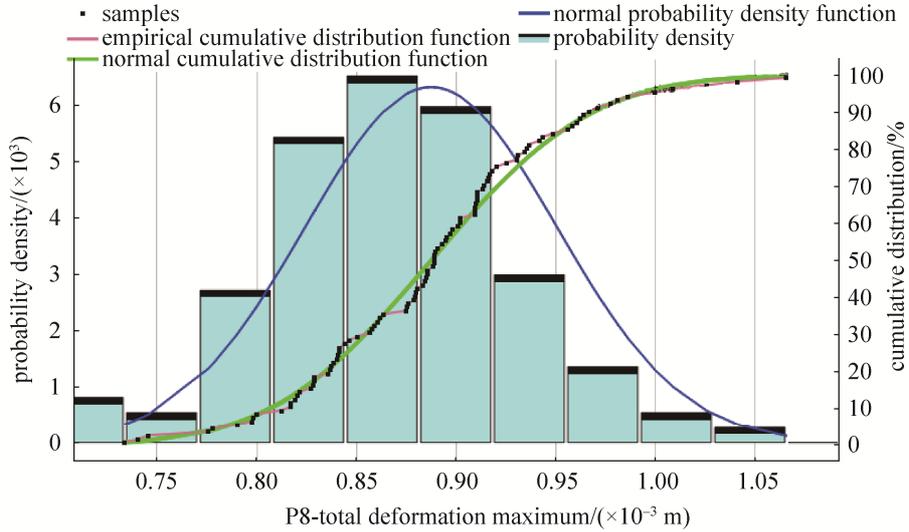


图7 最大位移概率分布图

Fig. 7 The maximum displacement probability map

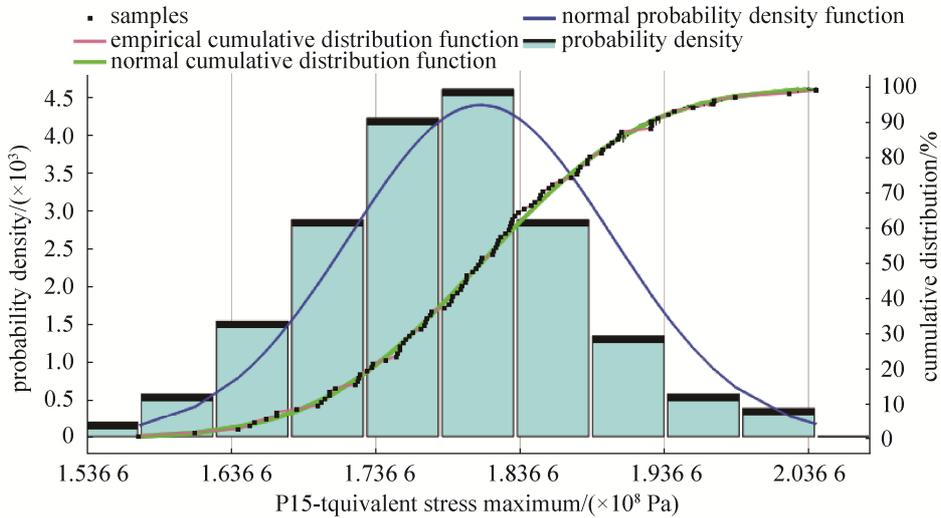


图8 最大应力概率分布图

Fig. 8 The maximum stress probability map

表1 初始方案稳健性分析表

Table 1 The initial scenario robustness analysis table

物理量	弹性模量 $E/\text{MPa}$	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	泊松比 $\nu$	载荷 $\alpha/(\text{m}/\text{s}^2)$	最大位移 $l/\text{mm}$	最大应力 $s/\text{MPa}$
均值	200 000	7 900	0.3	200	0.88	181
标准差	10 000	395	0.003	10	0.07	9.1
变异系数	0.05	0.05	0.01	0.05	0.09	0.05

根据上述对导轨齿轮初始设计方案的分析结果，导轨齿轮的最大应力远离应力极限，稳健性较好，但最大位移处于位移极限附近，稳健性较差。因此，需要将最大位移的可靠度水平作为稳健性优化的约束条件。

### 3.2 导轨齿轮稳健性优化模型

根据稳健性分析结果，导轨齿轮的材料属性和载荷条件的随机性对最大位移响应的影响较大，将材料属性和载荷条件仍作为不可控设计变量。

图 9 为导轨齿轮的剖面图, 将三个减轻孔的位置  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  和尺寸  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  以及导轨齿轮的厚度  $h$  作为可控设计变量。

根据 3.1 节分析结果, 将最大位移的可靠度水平作为约束条件, 将整体质量作为设计目标, 建立稳健性优化模型如式 (8) 所示。

$$\begin{aligned} \text{obj} \quad & \min \quad m(k_1, k_2, k_3, r_1, r_2, r_3, h) \\ \text{sub} \quad & P(l(k_1, k_2, k_3, r_1, r_2, r_3, h, \rho, E, \nu, a) < 0.9) > 0.97 \end{aligned} \quad (8)$$

$m(k_1, k_2, k_3, r_1, r_2, r_3, h)$  为零件质量。最大位移通过有限元仿真计算获得, 为了减少迭代过程的计算量, 本文采用 Kriging 模型进行近似处理, Kriging 模型如图 10 所示, 拟合误差分析图如图 11 所示。可以看出 Kriging 模型的拟合优度非常高, 达到了 0.999 8, 可以代替有限元仿真结果。

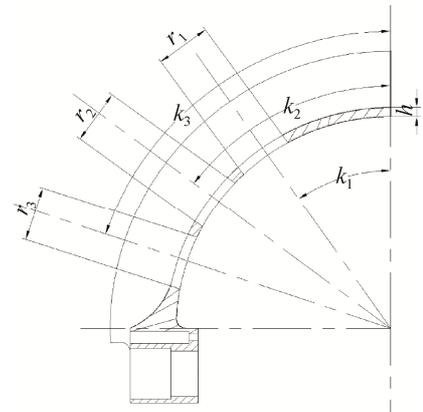


图 9 结构剖面图  
Fig. 9 Structure section figure

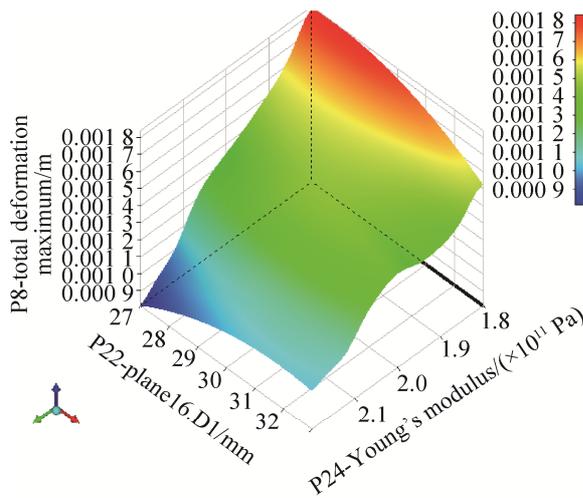


图 10 Kriging 模型  
Fig. 10 Kriging model

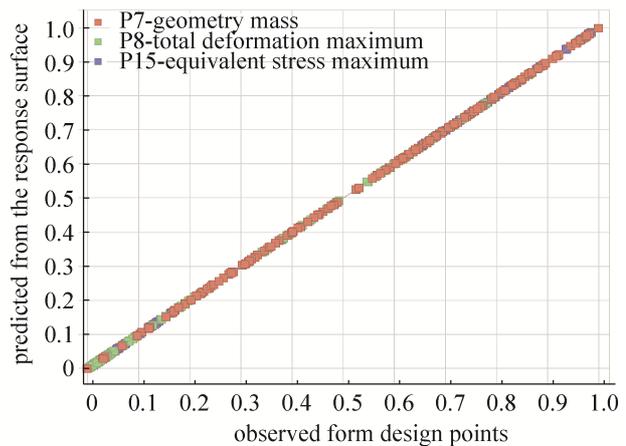


图 11 拟合优度  
Fig. 11 Fit error plot

### 3.3 导轨齿轮稳健性优化设计结果

根据 3.2 节建立的优化设计模型, 结合遗传算法和序列二次规划法对导轨齿轮进行稳健性优化设计。得到导轨齿轮质量和最大位移的迭代过程如图 12、图 13 所示。

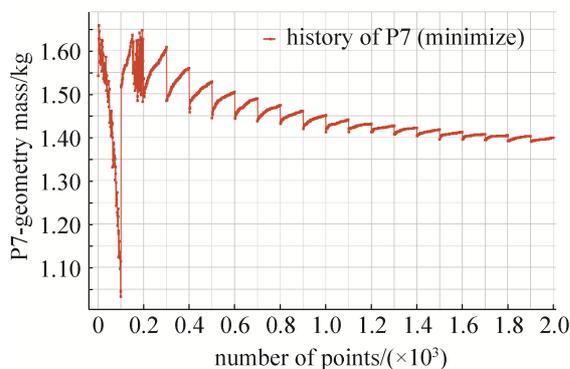


图 12 质量迭代过程

Fig. 12 The quality iterative process

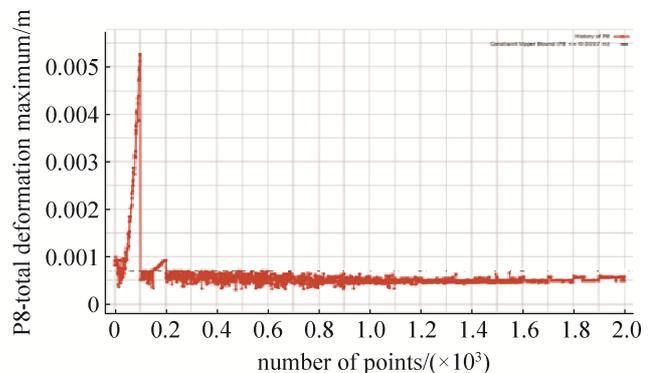


图 13 最大位移迭代过程

Fig. 13 The maximum displacement iteration process

通过图 12 可以看出, 总共迭代了 20 代, 评价了 2 000 个计算点, 最终得到了最优解, 最优的导轨齿轮的重量收敛于 1.45 kg, 比初始重量 2 kg 减少了 0.55 kg, 总重减少了 1.1 kg。

各个设计参数的计算结果，如式（9）所示。

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39 \\ 59 \\ 78.5 \\ 27 \\ 33 \\ 39 \\ 3.5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据式（9）的设计参数进行稳健性分析，得到导轨齿轮稳健性优化后的最大位移的概率分布图如图 14 所示。

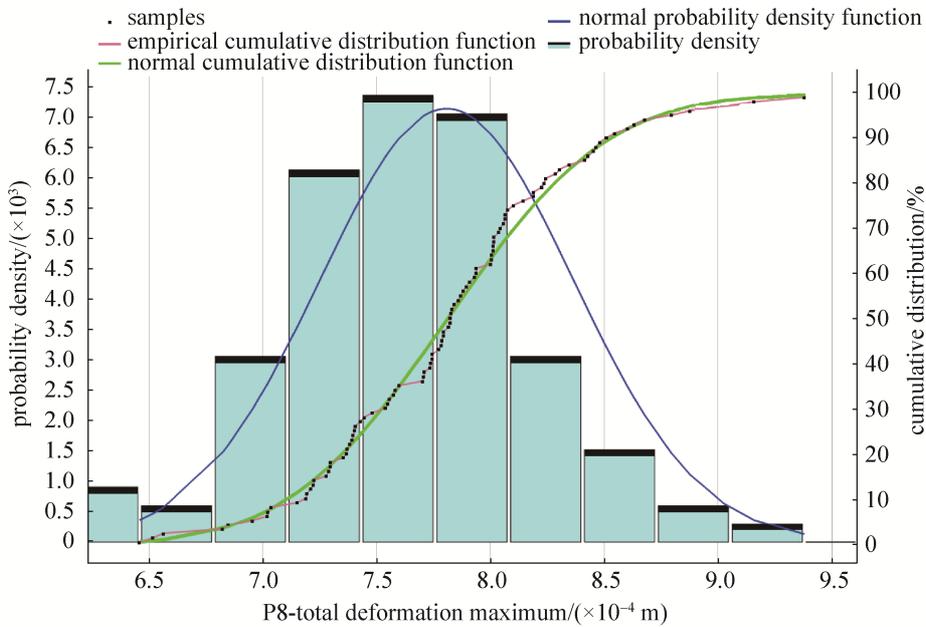


图 14 最大位移概率分布图

Fig. 14 The maximum displacement probability map

从图 14 中可以看出，最大位移的均值为 0.73 mm，变异系数为 0.05，小于极限位移 0.9 mm 的概率为 0.97，达到  $2\sigma$ ，说明该结构稳健性较强，能够抵抗材料随机性。

采用一次二阶矩法进行稳健性优化设计，优化后的结果如式（10）所示。

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34 \\ 61 \\ 81.5 \\ 23 \\ 30 \\ 39 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

两种计算方法对比分析见表 2。

通过比较分析可以看出，采用一次二阶矩法虽然得到较高的可靠度指标，稳健性较强，但是得到的优化结果较为保守，质量较重。针对弹载设备单次使用的特点，可以采用文中的基于遗传算法和序列二次规划法的结构稳健性优化设计方法。

表 2 不同方法的可靠度、质量对比表

Table 2 Comparison of different optimization methods

方法	可靠度	质量/kg
一次二阶矩法	0.99	1.85
本文方法	0.97	1.45

#### 4 结束语

由于传统的优化设计方法忽视了不确定性, 导致在优化迭代过程中, 会产生突破设计约束边界的情况, 造成很大的潜在问题。因此, 考虑机械设计过程中的随机因素, 以产品质量为设计目标、性能函数的可靠度指标为约束条件, 建立结构稳健性优化设计模型。在此基础上, 利用序列二次规划法计算结构可靠度指标, 结合遗传算法得出满足可靠度指标要求的最优解。选取某型导引头导轨齿轮作为工程案例, 分析了初始设计方案的稳健性, 发现其最大位移的稳健性较差, 满足设计约束指标的可靠度只有 0.6, 且变异系数较大 (0.09)。选取最大位移的可靠度为约束条件、质量为设计目标, 建立结构稳健性优化设计模型, 结合序列二次规划法和遗传算法进行迭代计算, 得到最优设计方案, 优化后的设计方案和初始设计方案相比可靠度提高到 0.97, 质量减少到 2.9 kg, 变异系数减小到 0.05。结构质量变得更轻且稳健性更高, 此方法对于工程实践具有借鉴意义。

#### 参考文献

- [1] 樊建平, 陈旭勇. 基于区间模型结构稳健性优化设计[J]. 固体力学学报, 2014, 35(6): 539–544.  
FAN Jianping, CHENG Xuyong. Structural robust optimization design by the interval model[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2014, 35(6): 539–544.
- [2] 王栋, 高伟峰. 载荷位置不确定条件下结构稳健性拓扑优化设计[J]. 应用力学学报, 2020, 37(3): 969–974.  
WANG Dong, GAO Weifeng. Robust topology optimization of continuum structures with load position uncertainty[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2020, 37(3): 969–974.
- [3] LIU Xin, FU Qing, YE Nanhai, et al. The multi-objective reliability-based design optimization for structure based on probability and ellipsoidal convex hybrid model[J]. Structure Safety, 2019(77): 48–56.
- [4] 刘洪伟, 刘杰. 考虑可靠性鲁棒的结构非概率优化设计方法研究[J]. 机械科学与技术, 2020, 39(4): 581–589.  
LIU Hongwei, LIU Jie. Nonprobability-based design optimization considering reliability robustness for structures[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2020, 39(4): 581–589.
- [5] HU Dianyin, YANG Junjie, FEI Chengwei, et al. Reliability-based design optimization method of turbine disk with transformed deterministic constraints[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 30(1): 04016070.
- [6] 程贤福. 稳健优化设计的研究现状及发展趋势[J]. 机械设计与制造, 2005(8): 158–160.  
CHENG Xianfu. Research status and developing trend of robust optimal design[J]. Machinery Design & Manufacture, 2005(8): 158–160.
- [7] 贺谦, 李元生, 温志勋. 涡轮叶片多学科可靠性及稳健设计优化[J]. 推进技术, 2010, 31(2): 193–197.  
HE Qian, LI Yuansheng, WEN Zhixun. Multidisciplinary probabilistic and robust design optimization for turbine blade[J]. Journal of Propulsion Technology, 2010, 31(2): 193–197.
- [8] 黄章俊, 王成恩. 基于 Kriging 模型的涡轮盘优化设计方法[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(5): 905–911.  
HUANG Zhangjun, WANG Cheng'en. Turbine discs optimization design based on Kriging model[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2010, 16(5): 905–911.
- [9] 李刚, 孟增. 基于 RBF 神经网络模型的结构可靠度优化方法[J]. 应用数学和力学, 2014, 35(11): 1271–1278.  
LI Gang, MENG Zeng. Reliability-based design optimization with the RBF neural network model[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35(11): 1271–1278.
- [10] 张铃, 张钺. 遗传算法机理的研究[J]. 软件学报, 2000, 11(7): 945–952.  
ZHANG Ling, ZHANG Ba. Research on the mechanism of genetic algorithms[J]. Journal of Software, 2000, 11(7): 945–952.
- [11] DEB Kalyanmoy, SRIVASTAVA Soumil. A genetic algorithm based augmented Lagrangian method for constrained optimization[J]. Computational Optimization and Applications, 2012, 3(53): 869–902.
- [12] 王林军, 邓启程. 基于序列二次规划法的结构可靠度计算[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2018, 537(11): 17–20.  
WANG Linjun, DENG Qicheng. Structural reliability calculation method based on sequential quadratic programming[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2018, 537(11): 17–20.

#### [作者简介]

马志毅 1988 年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构热力学设计。  
张彬 1982 年生, 博士, 研究员, 主要研究方向为雷达总体设计。  
楚雪梅 1991 年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构热力学设计。

(本文编辑: 傅杰)