

船载雷达随机振动疲劳寿命分析

马志毅, 张 彬, 楚雪梅
(北京遥测技术研究所 北京 100076)

摘要: 振动疲劳作为结构破坏失效形式之一, 正日益得到重视。传统的船载雷达设备设计往往仅考虑静强度, 从而导致结构抵抗疲劳破坏的能力不足。从模态分析的角度入手, 利用模态叠加法进行随机振动分析, 得到结构的各向应力功率谱密度。在此基础上进行基于 Von Mises 应力的谱分析, 并分别从宽带和窄带过程的角度进行了疲劳寿命估算, 最后对某船载雷达进行了随机振动疲劳分析。结果表明, 船载雷达结构在满足静强度条件下, 不一定能够满足抗疲劳性能要求。从模态振型分析的角度改进了结构设计, 分析验证表明, 改进后结构能够满足随机振动疲劳寿命要求。

关键词: 振动疲劳; 模态分析; 谱分析; 疲劳寿命

中图分类号: O324 **文献标识码:** A **文章编号:** CN11-1780(2022)05-0111-09

DOI: 10.12347/j.ycyk.20210815001

引用格式: 马志毅, 张彬, 楚雪梅. 船载雷达随机振动疲劳寿命分析[J]. 遥测遥控, 2022, 43(5): 111–119.

Fatigue life prediction of shipborne radar based on random vibration analysis

MA Zhiyi, ZHANG Bin, CHU Xuemei

(Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100076, China)

Abstract: As one of the failure forms of structure, vibration fatigue is getting more and more attention. However, the traditional design of shipborne radar only considers the static strength, which leads to the lack of the ability to resist fatigue damage. From the perspective of modal analysis, this paper uses modal superposition method for random vibration analysis, so as to obtain the power spectral density of structural stress in all directions. On this basis, the spectrum analysis based on Von Mises stress is carried out, and the fatigue life is estimated from the perspective of broadband and narrowband processes respectively. Finally, the random vibration fatigue analysis of a shipborne radar is carried out. The results show that the structure of shipborne radar can not meet the requirements of anti fatigue performance under the condition of static strength. Then, from the perspective of modal analysis, the structural design is improved. Finally, through the analysis, it is concluded that the improved structure can meet the requirements of random vibration fatigue life.

Key words: Vibration fatigue; Modal analysis; Spectrum analysis; Fatigue life

DOI: 10.12347/j.ycyk.20210815001

Citation: MA Zhiyi, ZHANG Bin, CHU Xuemei. Fatigue life prediction of shipborne radar based on random vibration analysis[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2022, 43(5): 111–119.

引 言

船载雷达设备由于受海况、航速、机动等变化的影响, 通常承受较严酷的随机振动载荷, 振动疲劳破坏已成为其主要的结构失效形式。一般来说, 船载雷达结构设计往往仅考虑静强度, 导致其无法承受有随机振动环境引起的往复交变载荷, 从而引起疲劳失效。船载雷达一旦发生损伤破坏, 不仅会影响海洋监测活动, 还可能危及航海安全。因此, 在船载雷达结构设计时, 随机振动疲劳寿命分析十分重要。

随机振动疲劳分析方法主要包括时域法和频域法。时域法是比较成熟的方法, 在获得应力或应变的时域数据的基础上, 采用一定统计方法(一般为雨流计数法)获得载荷循环次数, 并利用 SN 曲线, 进行累计损伤计算^[1]。然而, 在设计初期, 很难获得相应的基础数据, 因此, 时域法很难得到广泛应用。

而频域法是利用应力的功率谱密度进行应力循环次数估计, 在产品的三维数字样机阶段, 可以通过仿真分析得到相应的基础数据, 因此较多的学者从事这方面研究, 并取得了一定的成果^[2,3]。王文伟、程雨婷采用 Steinberg 提出的高斯三区间法对电动汽车电池箱进行随机振动疲劳分析^[4], 该方法假设等效应力服从高斯分布, 且忽略了三区间外发生的应力, 计算精度不高。目前, 广泛采用的频域法是 Dirlik 法, 该方法利用 PSD 的四个惯性矩, 得到了应力概率密度函数的封闭解。Bishop 对该方法进行了理论论证, 并验证了该方法的精确性。刘龙涛、李传日、程祺采用 Dirlik 法对某机载设备进行随机振动疲劳寿命分析^[5], 但其采用单向应力功率谱密度进行分析计算, 忽略了各向应力的耦合作用。贺光宗、陈怀海、贺旭东推导的基于 Von Mises 应力的功率谱密度公式^[6], 但忽略了各正应力之间的互功率谱密度。

综上所述, 在结构设计过程中进行振动疲劳可靠性分析十分必要。目前已有一些针对振动疲劳破坏的分析方法, 但大多基于单轴应力的功率谱密度进行, 通常情况下, 由于结构的复杂性, 应力状态往往是多轴的。因此, 本文在有限元分析的基础上, 利用结构各向应力的功率谱密度推导了 Von Mises 应力的功率谱密度, 这样就利用等效应力综合考虑了各向应力的复合效应。在此基础上, 分别从窄带和宽带过程, 进行疲劳寿命估算。最后进行了某船载雷达随机振动疲劳分析, 验证了该方法的工程实用性和准确性。

1 机械结构动力学基本原理

1.1 定位原理

对一般机械系统可以建立动力学方程:

$$\mathbf{M}\{\ddot{x}\} + \mathbf{c}\{\dot{x}\} + \mathbf{K}\{x\} = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

式中, \mathbf{M} 为质量矩阵, \mathbf{c} 为阻尼矩阵, \mathbf{K} 为刚度矩阵, $\mathbf{F}(t)$ 为激励力向量。

对于自由振动的情况, 忽略阻尼力影响, 可以得到:

$$\mathbf{M}\{\ddot{x}\} + \mathbf{K}\{x\} = 0 \quad (2)$$

设特解

$$x = \Phi \cdot e^{j\omega t} \quad (3)$$

得到:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)\Phi = 0 \quad (4)$$

这样就可以得到一系列固有频率值 $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$, 每一个固有频率 ω_i , 都会有一个振型向量 Φ_i 相对应。当对机械结构施加随机振动激励时, 可以通过振型叠加法来计算系统响应。由于船载雷达结构复杂, 一般采用有限元法进行动力学分析。

2 基于 Von Mises 应力的谱分析

2.1 Von Mises 应力功率谱密度计算

Von Mises 应力准则认为畸变能密度是引起屈服的主要因素, 一般针对塑性材料强度校核, 其时域定义如式 (5) 所示:

$$s_{\text{Von}}(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(s_1(t) - s_2(t))^2 + (s_1(t) - s_3(t))^2 + (s_2(t) - s_3(t))^2 \right]} \quad (5)$$

式中, $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$ 、 $s_3(t)$ 为主应力。

船载雷达设备结构的应力响应一般为三向应力状态, 这样式 (5) 变为:

$$\sigma_{\text{Von}}(t)^2 = \mathbf{s} \mathbf{A} \mathbf{s}^T \quad (6)$$

其中, \mathbf{s} 为应力向量, 定义如式 (7) 所示:

$$\mathbf{s} = (s_x(t), s_y(t), s_z(t), s_{xy}(t), s_{yz}(t), s_{zx}(t)) \quad (7)$$

式中, $s_x(t), s_y(t), s_z(t)$ 分别为 x, y, z 向正应力, $s_{xy}(t), s_{yz}(t), s_{zx}(t)$ 分别为 xy, yz, zx 平面的剪应力。

A 为系数矩阵, 定义如式 (8) 所示:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

对 $s_{\text{Von}}(t)^2$ 求期望可以得到:

$$E[s_{\text{Von}}(t)^2] = E(\mathbf{sAs}^T) \quad (9)$$

对式两边进行傅里叶变换, 可以得到:

$$G_{s_{\text{Von}}}(\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} E[s_{\text{Von}}(t)^2] e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} E(\mathbf{sAs}^T) e^{-j\omega t} dt \quad (10)$$

式中, $G_{s_{\text{Von}}}(\omega)$ 为 Von Mises 应力的功率谱密度, T 为随机信号持续时间的两倍, 即载荷作用时间的 2 倍。

因此, Von Mises 应力可转化成各向应力的自功率谱密度和互功率谱密度的叠加。则有:

$$G_{s_{\text{Von}}}(\omega) = \sum G_{s_i}(\omega) + 3 \sum G_{s_{ij}}(\omega) - \sum G_{s_i s_j}(\omega) \quad (11)$$

式中, $G_{s_i}(\omega), G_{s_{ij}}(\omega)$ 为各向正应力和剪应力功率谱密度, $G_{s_i s_j}(\omega)$ 为各向正应力的互功率谱密度, $i \neq j$ 。

各向正应力和剪应力的功率谱密度可以很方便地通过有限元仿真得到, 而互功率谱密度无法直接计算, 因此, 互功率谱密度是 Von Mises 应力功率谱密度计算的关键环节。

2.2 应力分量的互功率谱密度计算

由于互功率谱密度是互相关函数的傅里叶变换, 则得:

$$G_{s_i s_j}(\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} R_{s_i s_j}(t, t + \Delta t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} E(s_i(t) s_j(t + \Delta t)) e^{-j\omega t} dt \quad (12)$$

若 s_i, s_j 不相关, 则得:

$$G_{s_i s_j}(\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} E(s_i(t)) \cdot E(s_j(t + \Delta t)) e^{-j\omega t} dt \quad (13)$$

已知应力功率谱密度 $G_s(\omega)$, 可以得到其各阶矩如式 (14) 所示:

$$M_k = \int_0^{\infty} \omega^k G_s(\omega) d\omega \quad (14)$$

σ 为标准差, 其表达式为:

$$\sigma = \sqrt{M_0} \quad (15)$$

α 为不规则因子, 其表达式为:

$$\alpha = \sqrt{\frac{M_2^2}{M_0 M_4}} \quad (16)$$

有效带宽系数 ε 的表达式为:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \alpha^2} \quad (17)$$

当 $\varepsilon < 0.3$ 时, 窄带应力概率分布服从 Rayleigh 分布; 当 $\varepsilon > 0.6$ 时, Dirlik 法描述应力的概率分布要远优于其他方法, 因此, 要分不同情况进行研究。

① 窄带情况下, 应力服从 Rayleigh 分布, 其表达式如式 (18) 所示:

$$f(s) = \frac{s}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) \quad (18)$$

可以看出应力期望是时间无关量, $E(s_i(t))$ 就转化成 $E(s)$, 其计算公式如式 (19) 所示:

$$E(s) = \int_0^{+\infty} sf(s) ds = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (19)$$

② 宽带情况下, Dirlik 法对应力概率密度函数描述如式 (20) 所示:

$$f(s) = \frac{\frac{D_1}{Q} \exp\left\{-\frac{z}{Q}\right\} + \frac{D_2 z}{R^2} \exp\left\{-\frac{z^2}{2R^2}\right\} + D_3 z \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}}{2\sqrt{m_0}} \quad (20)$$

式中, 各参数定义如式 (21) 所示:

$$\begin{aligned} X_m &= \frac{M_1}{M_0} \sqrt{\frac{M_2}{M_4}} \\ D_1 &= \frac{2(X_m - \alpha^2)}{1 + \alpha^2} \\ R &= \frac{\alpha - X_m - D_1^2}{1 - \alpha - D_1 + D_1^2} \\ D_2 &= \frac{1 - \alpha - D_1 - D_1^2}{1 - R} \\ D_3 &= 1 - D_1 - D_2 \\ z &= \frac{s}{2\sigma} \\ Q &= \frac{1.25(\alpha - D_3 - D_2 R)}{D_1} \end{aligned} \quad (21)$$

同样, 应力期望 $E(s)$ 表达式如式 (22) 所示:

$$E(s) = \int_0^{+\infty} sf(s) ds = \frac{4\sigma^2 Q D_1 + 2\sqrt{2\pi}\sigma^2 R D_2 + 2\sqrt{2\pi}\sigma^2 D_3}{2\sqrt{m_0}} \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (13) 可以得到互功率谱密度, 如式 (23) 所示:

$$G_{s_i s_j}(\omega) = 2E(s_i)E(s_j) \frac{\sin\left(\omega \frac{T}{2}\right)}{\omega} \quad (23)$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时, 有公式:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} G_{s_i s_j}(\omega) = E(s_i)E(s_j)T \quad (24)$$

将式 (22) 代入式 (10) 可以得到 Von Mises 应力的功率谱密度。

3 基于功率谱密度的随机振动疲劳寿命分析

得到 Von Mises 应力的功率谱密度后, 根据 2.2 节, 可以分别获得窄带和宽带过程的 Von Mises 应力功率谱密度函数, 在此基础上, 就可以进行随机振动疲劳寿命分析。通用的疲劳寿命分析方法是 miner 线性累计损伤法则, 公式如式 (25) 所示:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = B \quad (25)$$

式中, n_i 是 Von Mises 应力 s_i 的循环次数, N_i 是在应力水平 s_i 时, 结构的疲劳寿命极限, 当 $B=1$ 就认

为结构发生疲劳失效。

$N_i(s_i)$ 一般采用幂函数形式进行定义, 表达式如式 (26) 所示:

$$N_i s_i^m = C \tag{26}$$

式中, m 和 C 为材料常数, 通过对 S-N 曲线拟合得出。

在 T 时间内, 应力范围为 $(s_i, s_i + \Delta s_i)$ 下的作用次数 n_i 的表达式, 如式 (27) 所示:

$$n_i = E(P) T f(s_i) \Delta s_i \tag{27}$$

式中, $E(P)$ 为单位时间内 Von Mises 应力作用次数, $E(P) = \sqrt{\frac{M_4}{M_2}}$ 。 $f(s_i)$ 为 Von Mises 应力概率密度函数。将式 (26) 和式 (27) 代入式 (25) 可以得到:

$$B = \int_0^\infty \frac{E(P) T f(s) ds}{C s^{-m}} \tag{28}$$

当 Von Mises 应力为窄带过程, 用 Rayleigh 分布对 Von Mises 应力概率密度函数进行描述, 将式 (18) 代入式 (28) 可得

$$B = \frac{E(P) T}{C} \int_0^\infty \frac{s^{m+1}}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) ds \tag{29}$$

当 Von Mises 应力为宽带过程, 用 Dirlik 法对 Von Mises 应力概率密度函数进行描述, 将式 (20) 代入式 (28) 可得

$$B = \frac{E(P) T}{C} \int_0^\infty s^m \frac{\frac{D_1}{Q} \exp\left\{-\frac{z}{Q}\right\} + \frac{D_2 z}{R^2} \exp\left\{-\frac{z^2}{2R^2}\right\} + D_3 z \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}}{2\sqrt{m_0}} ds \tag{30}$$

4 某船载雷达随机振动疲劳寿命分析

4.1 模态分析

某船载雷达结构由鞭状天线、磁天线和支架组成, 整体结构呈现出悬臂支撑形式, 如图 1 所示。

将天线底部约束进行模态分析, 结果如图 2~图 5 所示。

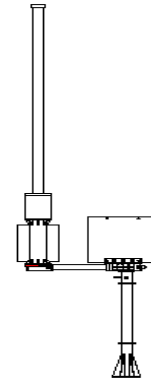


图 1 船载雷达结构图

Fig. 1 Structure of the shipborne radar

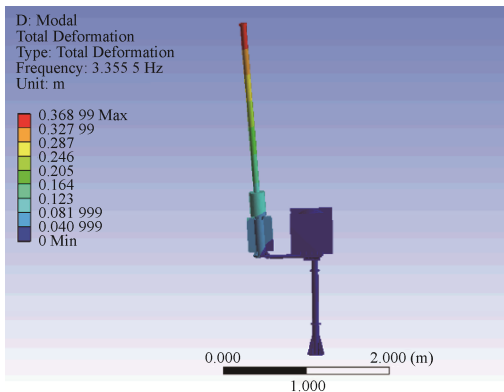


图 2 第一阶振型图

Fig. 2 The first mode shape

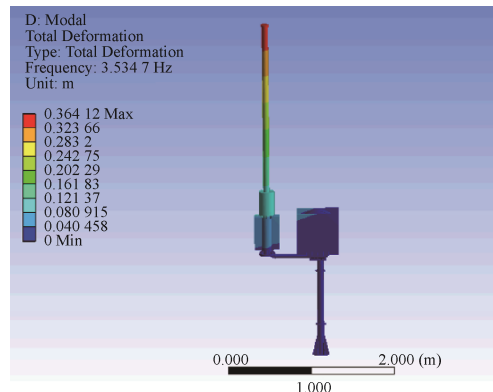


图 3 第二阶振型图

Fig. 3 The second mode shape

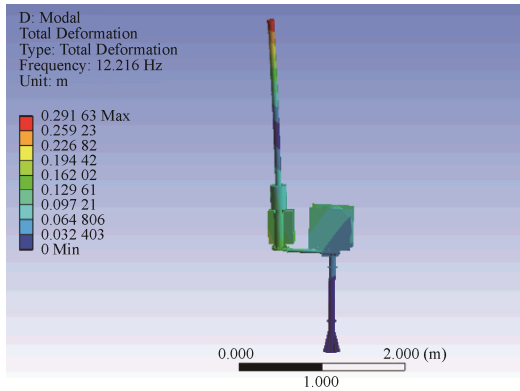


图 4 第三阶振型图
Fig. 4 The third mode shape

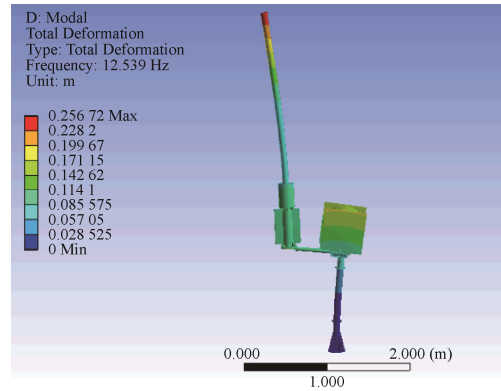


图 5 第四阶振型图
Fig. 5 The fourth mode shape

可以明显地看出,第一、二阶模态为鞭状天线的局部模态,从第三阶之后表现为雷达整体模态。Ansys 采用有效质量 M_{ei} 定义模态方向,其表达式如式(31):

$$M_{ei} = \sqrt{\frac{\Phi_i^T MD}{\Phi_i^T M \Phi_i}} \quad (31)$$

式中, D 为方向向量。

Ansys 的振型向量的归一化形式如式(32)所示:

$$\Phi_i^T M \Phi_i = 1 \quad (32)$$

将式(32)代入式(31),得

$$M_{ei} = \sqrt{\Phi_i^T MD} \quad (33)$$

雷达的模态分析结果见表 1。

表 1 模态分析结果表
Table 1 Results of mode shape analysis

模态阶数	固有频率	有效质量		
		X	Y	Z
1	3.6 Hz	0	40.8	0
2	3.9 Hz	36.9	0	0
3	12.1 Hz	0	35.4	0
4	13.8 Hz	31.8	0	0

表 1 列出了前四阶模态的固有频率和有效质量,可以看出前四阶模态固有频率非常小;前四阶模态的有效质量均集中在 X 和 Y 方向,即主振方向为 X 方向和 Y 方向,这与振型图完全复合。综上所述,该舰载雷达的整体刚度较差,并且 X 向和 Y 向是其中最薄弱的两个刚度方向。

4.2 原结构随机振动疲劳寿命分析

舰船振动是由于自然环境(海浪、风)激励,强迫激励(螺旋桨转动、往复机械运动)等引起的,在没有实测数据时,采用 GJB150.16A 推荐的振动试验条件,量级如图 6 所示,三个正交轴每个轴向持续 2 h。

仿真计算发现在 X 方向载荷作用下,会产生最大应力。最大应力分布如图 7 所示。

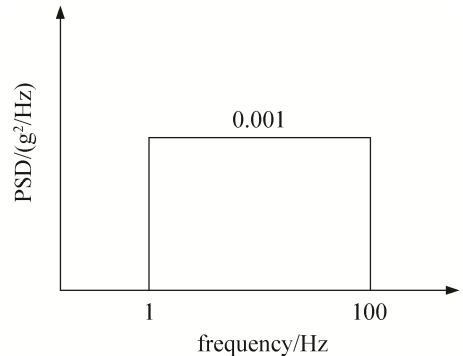


图 6 振动试验条件
Fig. 6 Vibration test condition

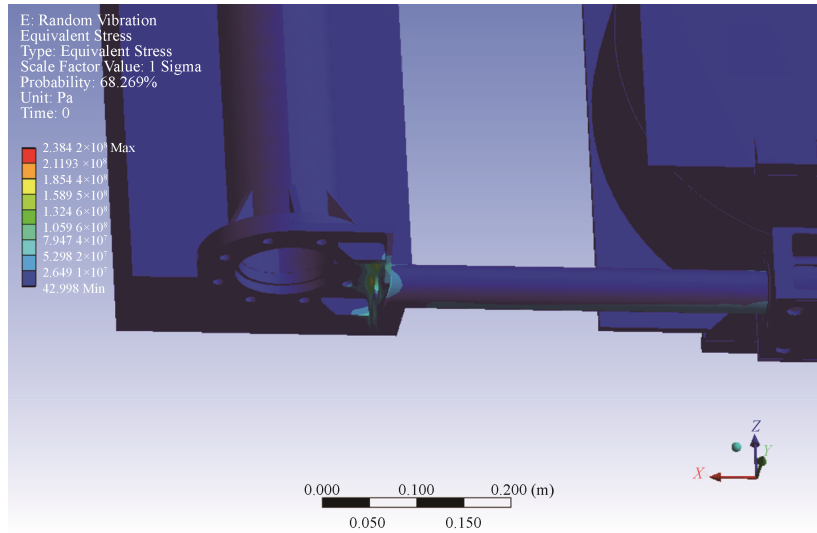


图 7 最大应力分布位置图 (初始结构)

Fig. 7 Location of maximum stress distribution of the original structure

通过仿真分析得到最大应力出现在天线支架根部, 能够满足静强度要求。提取该处的各方向的应力功率谱密度, 计算得到 Von Mises 应力功率谱密度如图 8 所示。

通过计算得到 $\varepsilon = 0.9465$, 因此 Von Mises 应力宽带随机过程, 应该使用 Dirlik 法描述其应力的概率分布。计算该结构损伤系数 $B = 1.3$, 可以看出该结构不能满足寿命要求。

4.3 改进结构随机振动疲劳寿命分析

根据仿真分析计算结果, 进行结构设计改进。在天线根部进行加固设计, 改进结构如图 9 所示。仿真分析计算得到最大应力分布如图 10 所示。

可以看出最大应力值降低到 93 MPa, 最大应力分布变到支架顶端。提取该处的各方向的应力功率谱密度, 计算得到 Von Mises 应力功率谱密度如图 11 所示。

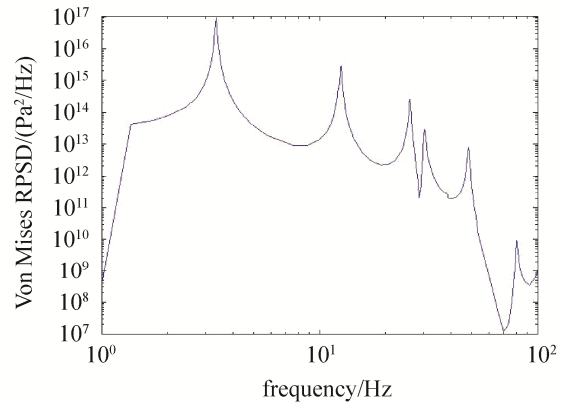


图 8 应力功率谱密度图 (初始结构)

Fig. 8 The stress power spectral density curve of the original structure

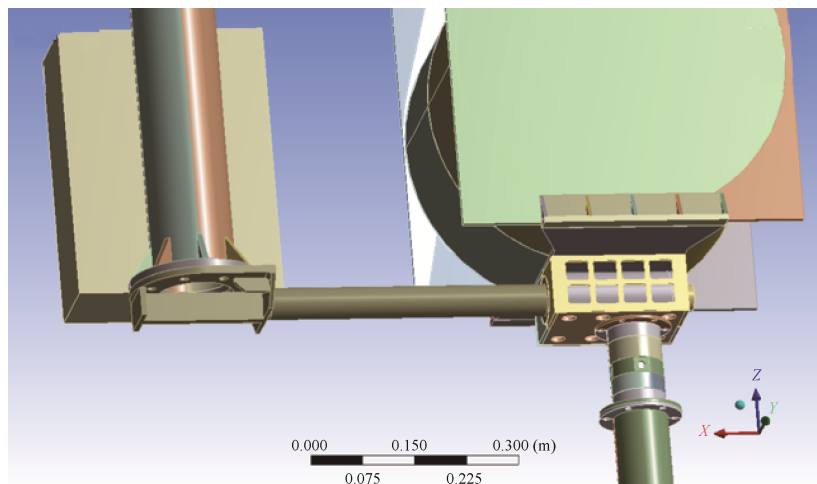


图 9 改进结构图

Fig. 9 The optimized structure

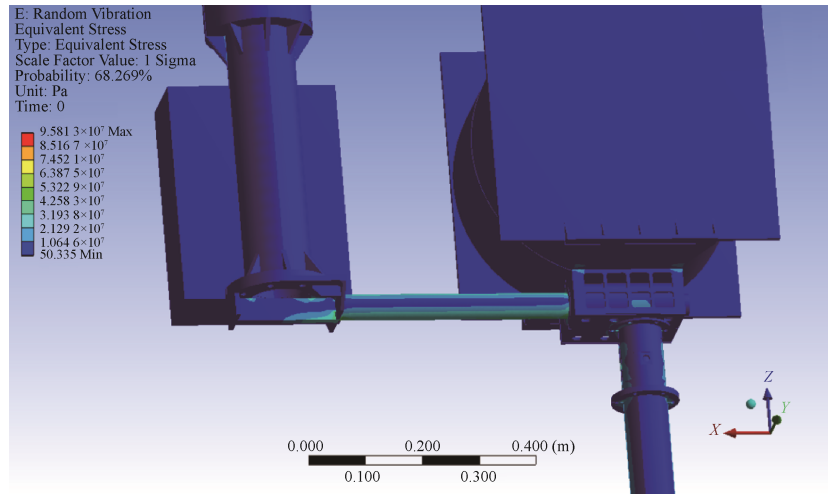


图 10 最大应力分布位置图 (改进结构)

Fig. 10 Location of maximum stress distribution of the optimized structure

通过计算得到 $\varepsilon = 0.9613$, 因此 Von Mises 应力宽带随机过程, 应该使用 Dirlik 法描述其应力的概率分布。计算该结构损伤系数 $B = 0.7$, 可以看出该结构能够满足寿命要求。

4.4 计算方法对比

目前随机振动疲劳寿命的计算方法, 主要有高斯三区间法、Dirlik 法。采用改进前结构模型, 将这两种方法和本文方法进行对比分析, 见表 2。

通过对比发现高斯三区间法计算复杂度最低, Dirlik 法次之, 本文方法最高, 但是高斯三区间振动频率的取值较保守, 导致损伤系数计算结果偏低。Dirlik 法只采用单向应力进行计算, 也会导致损伤系数计算结果偏低。本文方法相对来说虽然复杂度较高, 但是计算精度较高, 与试验结果相符。

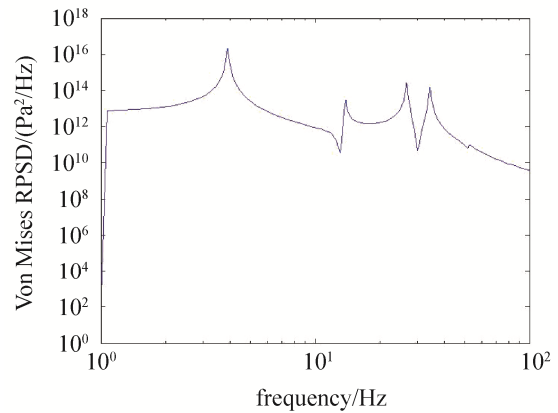


图 11 应力功率谱密度图 (改进结构)

Fig. 11 The stress power spectral density curve of the optimized structure

表 2 不同方法计算对比表

Table 2 Comparison of different analysis methods

方法	损伤系数	计算复杂度	与本试验结果对比
高斯三区间法	0.9	较低	不符
Dirlik 法	0.95	中等	不符
本文方法	1.3	较高	相符

5 结束语

本文在有限元分析的基础上, 利用结构各向应力的功率谱密度推导了 Von Mises 应力的功率谱密度, 利用等效应力综合考虑各向应力的复合效应。在此基础上, 分别从窄带和宽带过程, 进行疲劳寿命估算。最后针对某船载雷达进行随机振动疲劳分析, 验证了该方法的工程实用性和准确性。船载结构在满足静强度条件的前提下有可能不满足寿命要求, 在改进结构后, 结构抗疲劳损伤能力显著提高, 能够满足寿命要求。

参考文献

- [1] 郭小鹏, 沙云东, 张军. 基于雨流计数法的随机声疲劳寿命估算方法研究[J]. 沈阳航空工业学院学报, 2009, 26(3): 10-13, 9.
GUO Xiaopeng, SHA Yundong, ZHANG Jun. Random fatigue life estimation based on rain-flow counting method[J]. Journal of Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, 2009, 26(3): 10-13, 9.
- [2] 吕彭民. 基于频域法的结构疲劳寿命预测方法研究[J]. 山东交通学院学报, 2006, 14(3): 1-5.
LYU Pengmin. A method of structural fatigue life prediction on the basis of frequency domain[J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2006, 14(3): 1-5.
- [3] 王德如, 杨和振. 海上风机支撑结构的时域和频域疲劳对比研究[J]. 舰船科学技术, 2017, 39(4): 74-78, 99.
WANG Deru, YANG Hezhen. Time-domain and frequency-domain fatigue analysis of offshore wind turbine support structure[J]. Ship Science and Technology, 2017, 39(4): 74-78, 99.
- [4] 王文伟, 程雨婷, 姜卫远, 等. 电动汽车电池箱结构随机振动疲劳分析[J]. 汽车工程学报, 2016, 6(1): 10-14.
WANG Wenwei, CHENG Yuting, JIANG Weiyuan, et al. Random vibration fatigue analysis of electric vehicle battery box[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2016, 6(1): 10-14.
- [5] 刘龙涛, 李传日, 程祺, 等. 某结构件的随机振动疲劳分析[J]. 振动与冲击, 2013, 32(21): 97-101.
LIU Longtao, LI Chuanri, CHENG Qi, et al. Random vibration fatigue analysis of a structure[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(21): 97-101.
- [6] 贺光宗, 陈怀海, 贺旭东. 一种多轴向随机激励下结构疲劳寿命分析方法[J]. 振动与冲击, 2015, 34(7): 59-63.
HE Guangzong, CHEN Huaihai, HE Xudong. Vibration fatigue life prediction method for structure under multi-axial random excitations[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(7): 59-63.

[作者简介]

- 马志毅 1988年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构热力学设计。
张 彬 1981年生, 博士, 研究员, 主要研究方向为雷达总体设计。
楚雪梅 1991年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构热力学设计。

(本文编辑: 杨秀丽)